



# Olimpiada Femenil de Matemáticas en Guanajuato

Tercer selectivo

Día 2

## Instrucciones

- Tienes 3.5 horas para resolver este examen.
- Para resolver los problemas puedes escribir todo lo que necesites pero no está permitido el uso de calculadoras, apuntes, celulares o tabletas; sólo puedes usar lápiz, pluma, sacapuntas, borrador y, si lo prefieres, juego de geometría (excepto transportador).

**Problema 4:** Pruebe que  $2222^{5555} + 5555^{2222}$  es divisible entre 7 [7 pts]

**Problema 5:** En cada uno de los 25 cuadritos de una cuadrícula  $5 \times 5$  se coloca un número real positivo y menor o igual a 1, de manera que :

- La suma de los números de cada renglón y cada columna es un entero positivo.
- La suma de los 25 números es mayor o igual a 11.

(a) Muestra que alguno de los 25 números es mayor o igual a  $\frac{3}{5}$ .

(b) Si exactamente uno de los números es mayor o igual a  $\frac{3}{5}$ , entonces demuestra que la suma de los números del renglón donde se encuentra ese número es igual a la suma de los números de la columna del mismo número.

[7 pts]

**Problema 6:** Sobre los lados  $BA$  y  $BC$  de un triángulo  $ABC$  se construyen hacia afuera los cuadrados  $ABDE$  y  $BCFG$ . Demuestra que la recta perpendicular a  $DG$  que pasa por  $B$ , corta a  $AC$  en su punto medio. [7 pts]